



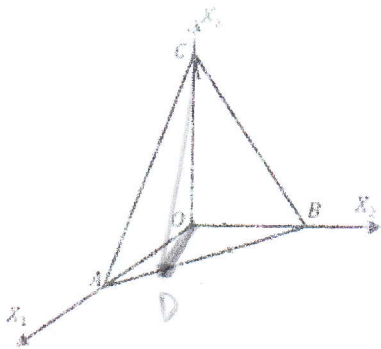
ملاحظة : اختر تمرينين من الامتحان

التمرين الاول (10)

الشكل المثلثي OABC الآتي يخضع حلة تشوه معرفة على المعلم $OX_1X_2X_3$ بواسطة الوتر التالي

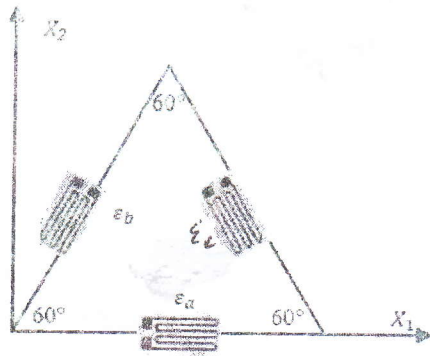
$$\epsilon = \begin{bmatrix} 0.001 & -0.005 & 0 \\ -0.005 & 0.02 & 0.01 \\ 0 & 0.01 & -0.03 \end{bmatrix}$$

نعطي $OA=OB=OC=a$ و DA يساوي $1/4 AB$.



- 1- تحقق من أن الزاوية $B\hat{D}C + A\hat{D}C$ مستقيمة قبل التشوه (4)
- 2- احسب الإحداثيات الجديدة لـ $\hat{D}$ و $\hat{C}$ و $\hat{B}$ ؛ للنقاط A, B, C, D على الترتيب بعد التشوه. (4)
- 3- استنبط القيم الجديدة للزاويتين $B\hat{D}C$ و $A\hat{D}C$ (4)
- 4- احسب التغير النسبي للزاويتين $B\hat{D}C$ و $A\hat{D}C$ بالنسبة المئوية (4)
- 5- ماذا نستطيع أن نستنتج من أجل تشوه الزاوية $A\hat{D}B$ و من أجل الضلع AB علل إجابتك. (4)
- 6- أرسم حالة التشوه للشكل. (4)

التمرين الثاني (10)



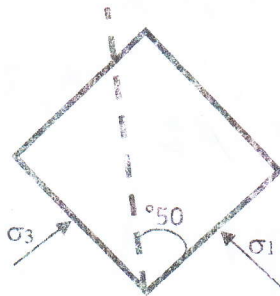
يتم شكل المقابل مثلث متساوي الأضلاع قياس الاستدادات الطولية وفقاً للاتجاهات الثلاثة الموازية للأضلاع للمثلث. يتم صنعه من مادة صلبة مرنة و متجانسة، ينسب الشكل إلى معلم متعامد و متجانس OX_1X_2 ، كما هو موضح في الشكل المقابل.

حدد موتر إجهاد المستوي إذا كانت القيم المقاسة هي: $\epsilon_a = -0.3 \text{ } ^\circ/\text{ } ^\circ$; $\epsilon_b = 0.4 \text{ } ^\circ/\text{ } ^\circ$ et $\epsilon_c = 0.2 \text{ } ^\circ/\text{ } ^\circ$ (5)

احسب التشوهات و الاتجاهات الرئيسية
تحقق من إجابتك بواسطة دائرة مور (4)

التمرين الثالث (10)

العينة المبينة في الشكل المقابل تخضع للضغوط الرئيسية التالية $\sigma_1 = 14.6 \text{ KN/mm}^2$ و $\sigma_3 = -4.18 \text{ KN/mm}^2$. احسب بطريقتين (دائرة مور و بالتحليل) الاجهادات الناعمية و المماسية التي تتواجد على مستوي يشكل زاوية قدرها 50° مع المستوي العمودي على الاتجاه الرئيسي للاجهاد σ_1



(5) + (5)

التفصيل النموذجي لامتحان الأول
مقاومة المواد - وحدة الهندسة
ميكانيكية - سنة 2023

تمرين 01 :

1- التحقق من الزاوية أنفا مستوية $A \hat{D} B$

$$\vec{DA} \cdot \vec{DC} = |\vec{DA}| |\vec{DC}| \cos(A \hat{D} C)$$

$$\Rightarrow \cos(A \hat{D} C) = \frac{\vec{DA} \cdot \vec{DC}}{|\vec{DA}| |\vec{DC}|} = n_{DA} n_{DC}$$

نحتاج : $\vec{DA}$ و $\vec{DC}$

$$\vec{OA} = \vec{AD} + \vec{DO}$$

$$\vec{DA} = \vec{OA} - \vec{DO} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - a \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{a}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OC}$$

$$= -a \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix} = -\frac{a}{4} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \vec{DC}$$

$$\vec{DB} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} - a \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{3a}{4} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DA} \cdot \vec{DC} = \frac{a}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DA} \cdot \vec{DC} = -\frac{a^2}{16} (3 - 1 + 0) = -\frac{a^2}{8}$$

$$|\vec{DA}| = \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$|\vec{DC}| = \frac{a}{4} \sqrt{9 + 1 + 16} = \frac{a\sqrt{24}}{4}$$

$$|\vec{DC}| |\vec{DA}| = \frac{a^2 \sqrt{52}}{16}$$

$$\cos \hat{A}DC = \frac{-a^2}{8} \times \frac{16}{152a^2} = -\frac{1}{\sqrt{52}} = -0,127$$

$$\hat{A}DC = 106,16$$

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \frac{3a}{4} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{a}{4}\right) (3 \ 1 \ -4)$$

$$= \frac{3}{8} a^2$$

$$\left. \begin{aligned} |\overrightarrow{DB}| &= \frac{a}{4} \sqrt{18} = \frac{3a\sqrt{2}}{4} \\ |\overrightarrow{DC}| &= \frac{a}{4} \sqrt{26} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\overrightarrow{DB}| |\overrightarrow{DC}| = \frac{3a^2}{16} \sqrt{46}$$

$$\cos \hat{B}DC = \frac{\frac{3}{8} a^2}{\frac{3a^2}{16} \sqrt{46}} = \frac{2}{\sqrt{46}} \Rightarrow \hat{B}DC = 73,84^\circ$$

$$\hat{A}DC + \hat{B}DC = 106,16 + 73,84 = 180^\circ$$

خط CD موازي لخط AB في ΔABC

$$OA' = OA + AA' = A + a \in \mathcal{N}_{OA} =$$

$$= \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{bmatrix} 0,01 & -0,005 & 0 \\ -0,005 & 0,02 & 0,01 \\ 0 & 0,01 & -0,03 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$OA' = a \begin{pmatrix} 1,01 \\ -0,005 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad OB' = a \begin{pmatrix} -0,005 \\ 1,02 \\ 0,01 \end{pmatrix}; \quad OC' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,01 \\ 0,97 \end{pmatrix}$$

$$OD' = OD + DD' = \frac{a}{4} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\sqrt{10}}{4} a \begin{bmatrix} 0,01 & -0,005 & 0 \\ 0,005 & 0,02 & 0,01 \\ 0 & 0,01 & -0,03 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3a}{\sqrt{10}} \\ \frac{a}{\sqrt{10}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$OD' = a \begin{pmatrix} 0,757 \\ 0,25 \\ 0,000775 \end{pmatrix}$$

Ⓢ

4. - استرأى استرأى الزاويتين .

$$\cos (A' \hat{D} C') = \frac{\overrightarrow{D'A'}}{|\overrightarrow{D'A'}|} \cdot \frac{\overrightarrow{D'C'}}{|\overrightarrow{D'C'}|} = n_{DA} \cdot n_{DC}$$

$$\overrightarrow{D'A'} = a \begin{pmatrix} -0,259 \\ 0,255 \\ +0,006725 \end{pmatrix} ; |\overrightarrow{DA}| = 0,363 a$$

$$\overrightarrow{D'C'} = a \begin{pmatrix} +0,757 \\ 0,15 \\ -0,97 \end{pmatrix} ; |\overrightarrow{DC}| = 1,23 a$$

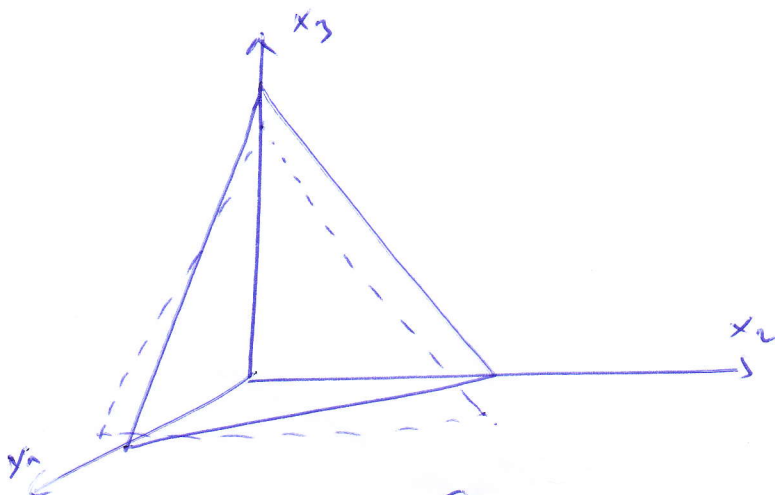
$$\overrightarrow{D'B'} = a \begin{pmatrix} 0,756 \\ -0,77 \\ -0,0092 \end{pmatrix} ; |\overrightarrow{DB}| = 1,08 a$$

$$\cos (A' \hat{D} C') = \frac{-0,0155}{0,446} = -0,347$$

$$A' \hat{D} C' = 110,3^\circ$$

$$\cos (B' \hat{D} C') = 0,357 \Rightarrow B' \hat{D} C' = 69,4$$

مجموع الزاويتين هو 180 ومنه القطة او المنح AB
ليست مستقيمة بمعنى لا يوجد هناك منحنى في القطة D



التحويل ٥٤

موتر التحويل هو

$$E = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix}$$

! نحاول ان نأخذ ϵ_a هو

$$n_a [\cos(0) \quad \sin(0)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \epsilon_{11}$$

$$\epsilon_{11} = -0.3 \% \quad \text{--- (1)}$$

! نحاول ان نأخذ ϵ_b هو

$$n_b [\cos(60) \quad \sin(60)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_b = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_b = \frac{1}{4} (\epsilon_{11} + 2\sqrt{3} \epsilon_{12} + \epsilon_{22})$$

$$n_c = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_c = \frac{1}{4} (\epsilon_{11} - 2\sqrt{3} \epsilon_{12} + \epsilon_{22}) \quad \text{--- (2)}$$

من (1), (2), (3) نحصل

$$\epsilon_{12} = 0.115 \% ; \epsilon_{22} = 0.1 \%$$

المتجه ϵ

$$\epsilon = \begin{bmatrix} -3 & \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} & 5 \end{bmatrix} 10^{-4}$$

المتجه ϵ الرئيسي

$$\epsilon_1 = 10,32 \times 10^{-4}$$

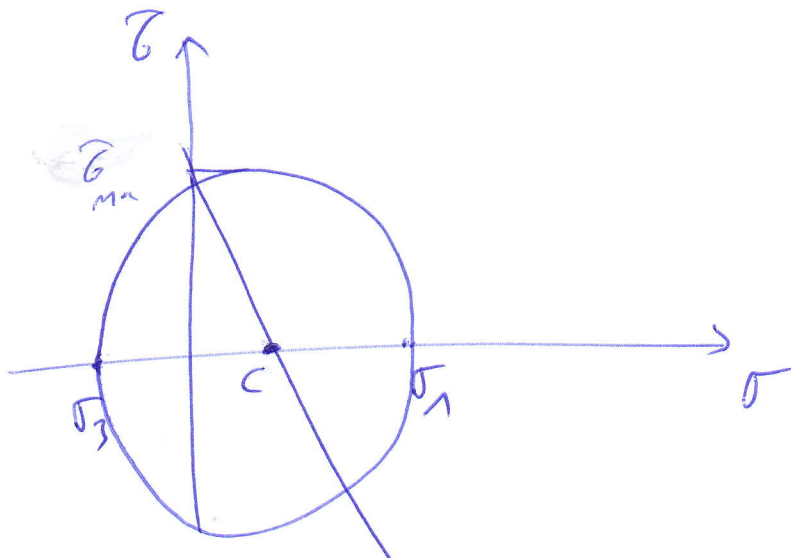
$$\epsilon_2 = -6,32 \times 10^{-4}$$

المتجه σ

$$\sigma = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \cos 2\theta = 3,6 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_y = 9,2 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{\max} = 9,4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$



(5)